Agricultural Sci. J. 43 : 3 (Suppl.) : 224-227 (2012) ว. วิทย. กษ. 43 : 3 (พิเศษ) : 224-227 (2555)

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการทำนายการเปลี่ยนแปลงความชื้นของกากมะพร้าว
Mathematical Models for Hot Air Drying Characteristics of Coconut Residue

จินตนาพร ปันพรม[1] จุฑามาศ บุญเลา[1] โชติพงศ์ กาญจนประโชติ[1] และ ฤทธิชัย อัศวราชันย์[1]
Jintanaporn Panaprom[1], Jutamat Bunloa[1], Choatpong Kanjanaphachoat[1] and Rittichai Assawarachan[1]

ABSTRACT

The aim of this study was to investigate and determine the suitable mathematical models in describing hot air drying characteristic of coconut residue in the range of 40 to 80°C and layer thickness 2 mm. The dryer used in the evaluation was successful in drying a thin layer of coconut residue from the initial moisture content of 1.61±0.17g water/g dry matter to 0.11±0.09g water/g dry matter within 150 to 480 min of continuous drying at the above mentioned temperature range. The drying rates increased with an increase in temperature and drying time. Five of the well known empirical models were fitted to the hot air drying of coconut residue. The Midilli model has shown an excellent fit to predict drying behavior of the coconut residue because this model gave the highest coefficient of determination (R^2), the least chi-square (χ^2), and the lowest root mean square error (RMSE).

Keywords: coconut residue, hot air drying, empirical model

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมาย เพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะในการศึกษาอิทธิพลของอุณหภูมิในการอบแห้ง (40, 60 และ 80 °C) ที่ชั้นความหนาของกากมะพร้าว (2 mm) ในระหว่างการอบแห้งด้วยลมร้อน ของกากมะพร้าวสดซึ่งเป็นเศษวัสดุที่เหลือทิ้งจากการสกัดน้ำกะทิ และมีความชื้นเริ่มต้นประมาณ 1.61±1.71 g water/g dry matter อบแห้งจนเหลือความชื้น 0.11±0.09 g water/g dry matter พบว่าเวลาที่ใช้ในการอบแห้งอยู่ในช่วง 150 ถึง 480 min โดยศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการเปลี่ยนแปลงความชื้นของกากมะพร้าวสดในระหว่างการอบแห้งที่เวลาต่างๆ ด้วยวิธีการพัฒนาแบบจำลองเอมพิริคัล ทั้ง 5 รูปแบบ ได้แก่ Lewis, Henderson and Pabis, Page, Logarithmic และ Midilli โดยวิเคราะห์ความแม่นยำของของแบบจำลองด้วยพารามิเตอร์ทางสถิติด้วยค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) ค่าการลดลงไคกำลังสอง (Chi-Square, χ^2) และค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Root Mean Square Error, RMSE) จากผลการทดลองพบว่าแบบจำลองเอมพิริคัลของ Midilli มีความเหมาะที่สุดในการทำนายอัตราการเปลี่ยนแปลงความชื้น โดยมีค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจมากที่สุด และค่าการลดลงไคกำลังสองกับค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยกว่าแบบจำลองเอมพิริคัลอื่นๆ

คำสำคัญ: กากมะพร้าวสด การอบแห้งด้วยลมร้อน แบบจำลองเอมพิริคัล

บทนำ

มะพร้าวเป็นพืชผลทางการเกษตรที่มีความสำคัญมากทางเศรษฐกิจของโลก ปัจจุบันได้มีการกระจายของผลผลิตมะพร้าวขยายออกสู่ตลาดการค้าระดับโลกผลิตภัณฑ์จากมะพร้าวมีรูปแบบต่างๆ หลากหลายชนิด เช่นน้ำกะทิแป้งมะพร้าวน้ำมะพร้าวและเนื้อมะพร้าวอบแห้ง (อรวรรณและคณะ, 2553) การอบแห้งเป็นหน่วยปฏิบัติการในงานวิศวกรรมอาหาร (Unit Operation in Food Engineering) ที่มีความเก่าแก่ และมีความหลากหลายมากที่สุด การอบแห้งเป็นกระบวนการแปรรูปที่สำคัญอย่างยิ่งสำหรับอุตสาหกรรมเคมี เกษตรและอาหาร (สักกมน, 2555) วัตถุประสงค์ของการอบแห้งก็คือ การยืดอายุการเก็บ ด้วยกระบวนการลดความชื้นในอาหารหรือวัสดุชีวภาพ รวมทั้งผลผลิตทางการเกษตร ซึ่งส่งผลให้จุลินทรีย์ที่ทำให้ผลิตภัณฑ์เกิดการเน่าเสียไม่สามารถเจริญเติบโต การอบแห้งจึงถูกใช้ในการอบแห้งผลผลิตทางการเกษตรเพื่อ รองรับปัญหาผลผลิตทางการเกษตรล้นตลาดและถูกใช้ในการอบแห้งอาหารหรือวัสดุชีวภาพ เพื่อง่ายต่อการเก็บรักษาและการขนส่ง รวมทั้งการลดอัตราการสูญเสียคุณภาพของผลิตภัณฑ์จากการเปลี่ยนแปลงปฏิกิริยาทางเคมี (ฤทธิชัย และคณะ, 2554) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์การอบแห้ง เป็นเครื่องมือที่สำคัญในการวิเคราะห์และการจำลองการถ่ายเทความร้อนและมวลสารระหว่าง

[1] หน่วยวิจัยเทคโนโลยีการอบแห้งและการลดความชื้น คณะวิศวกรรมและอุตสาหกรรมเกษตร มหาวิทยาลัยแม่โจ้ สันทราย เชียงใหม่ 50290
[1] Drying and Dehydration Technology Research Unit Faculty of Engineering and Agro-Industry; Maejo University, Sansai, Chiang Mai, Thailand, 50290

การอบแห้ง ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงมีจุดประสงค์ในการศึกษาหาแบบจำลองคณิตศาสตร์การเปลี่ยนแปลงความชื้นของกากมะพร้าว โดยผลการศึกษาดังกล่าวจะเป็นแนวทางใช้ประโยชน์สำหรับการออกแบบสภาวะการอบแห้งที่เหมาะสมต่อไป

อุปกรณ์และวิธีการ

1. การอบแห้ง

กากมะพร้าวจำนวน 300 g อบแห้งด้วยชุดทดสอบการอบแห้งแบบถาด (Figure1) โดยใช้ลมร้อนเป็นตัวกลางในแลกเปลี่ยนความชื้นที่อุณหภูมิ 40, 60 และ 80 ^{o}C และความเร็วลมคงที่ 0.4 m/s ด้วยอุปกรณ์ควบคุมอุณหภูมิระบบ PID (ยี่ห้อ TOHO รุ่น J4) ด้านบนของเครื่องอบแห้งติดตั้งตาชั่ง (ยี่ห้อ Sartorius รุ่น CP 3202S)

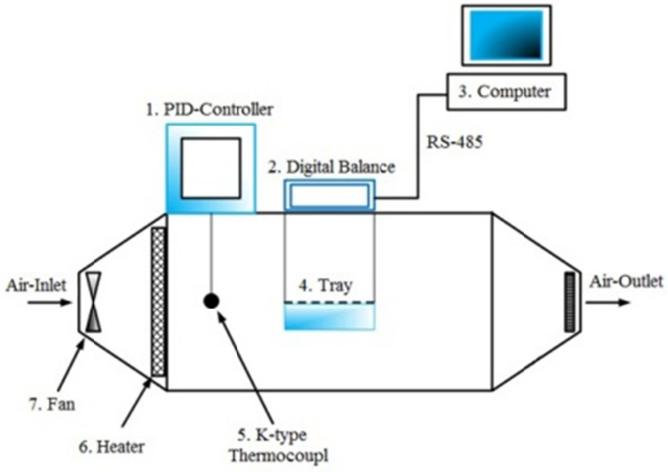

Figure1 A schematic diagram of hot air drying oven.

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การอบแห้ง การวิเคราะห์ในรูปความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความชื้นและเวลาที่ใช้ในการอบแห้งมีรูปแบบสมการของอัตราส่วนความชื้นมีรูปแบบความสัมพันธ์เท่ากับ

$$\mathrm{MR} = \frac{M_{\mathrm{t}} - M_{\mathrm{e}}}{M_{\mathrm{i}} - M_{\mathrm{e}}}$$

เมื่อ *MR* คือ อัตราส่วนความชื้น และ M_t, M_i, M_e คือ ความชื้นที่เวลาใดๆ ความชื้นเริ่มต้น และ ความชื้นสมดุล ตามลำดับการหาความชื้นเริ่มต้น โดยวิธีมาตรฐาน AOAC (2005) นำกากมะพร้าวจำนวน 5 g ใส่ในถ้วยอะลูมิเนียมขนาด 3 oz ที่ผ่านการอบเพื่อไล่ความชื้น จำนวน 30 ถ้วย นำไปอบแห้งด้วยตู้อบแห้งด้วยลมร้อน (ยี่ห้อ Memmert รุ่น 500/108I) อุณหภูมิ 105±2 ^{o}C เป็นเวลา 24 hr จากนั้นนำมาชั่งน้ำหนักกากมะพร้าวอบแห้งด้วยเครื่องชั่งระบบดิจิตอล (ยี่ห้อ Sartorius รุ่น CP2245) นำข้อมูลผลต่างของน้ำหนักกากมะพร้าวก่อนและหลังการอบแห้งมาคำนวณหาค่าความชื้นเริ่มต้น

จากการสำรวจเอกสารของรายงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การอบแห้งด้วยลมร้อนที่นิยมใช้ในการศึกษา สำหรับการอบแห้งวัตถุทางการการเกษตรจำพวกผักและผลไม้ มักจะเลือกใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เอมไพริคอล (Emperical Model) อาทิเช่นแบบจำลองของ Newton, Henderson and Pabis, Page, Logarithmic และ Midilli การวิเคราะห์ความแม่นยำของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) ค่า Chi-Square (χ^2) และค่า RMSE (Root Mean Square Error) เป็นพารามิเตอร์ทางสถิติซึ่งช่วยในการวิเคราะห์หาค่าความแม่นยำของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการทำนายค่าความชื้นที่เปลี่ยนแปลงไปในระหว่างการอบแห้ง (ฤทธิชัย และคณะ, 2554; Laosanguanek *et al*., 2009; Pongtong *et al*., 2011)

ผล

จากการทดลองโดยมีจุดมุ่งหมาย เพื่อศึกษาหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการทำนายความชื้นที่เปลี่ยนแปลงของกากมะพร้าวสดในระหว่างการอบแห้งด้วยเครื่องอบแห้งแบบลมร้อนของอบแห้งกากมะพร้าวที่อุณหภูมิ 40 ถึง 80 °C และชั้นความหนาของวัสดุที่ 2 mm อบแห้งกากมะพร้าวสดจากความชื้นเริ่มต้นเท่ากับ 1.61±1.71 g water/g dry matter ให้เหลือความชื้นเท่ากับ 0.11±0.09 g water/g dry matter พบว่าเวลาที่ใช้ในการอบแห้งอยู่ในช่วง 150 และ 480 min ทั้งนี้เวลาในการอบแห้งลดลง เมื่อใช้อุณหภูมิในการอบแห้งสูงขึ้นและใช้ชั้นวัสดุบางลงโดยใช้สมการการอบแห้งชั้นบางทางทฤษฎี ได้แก่ Lewis, Henderson and Pabis, Page, Logarithmic และ Midilli เพื่อหาแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดในการทำนายความชื้นที่เปลี่ยนแปลงระหว่างกระบวนอบแห้งเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการทดลองและค่าที่ได้จากการคำนวณจากแบบจำลอง โดยใช้ค่า R^2, χ^2 และ *RMSE* ช่วยในการวิเคราะห์ความแม่นยำของแบบจำลอง โดยทั้ง 5 แบบจำลอง (ตารางที่ 1) แบบจำลองทั้ง 5แบบ มีค่า R^2 อยู่ในช่วง 0.9930 ถึง 0.9996, ค่า χ^2 อยู่ในช่วง 0.0002 ถึง 0.0013 และ *RMSE* อยู่ในช่วง 0.0113 ถึง 0.0528 ตามลำดับ จากผลการวิเคราะห์พบว่า แบบจำลองของ Midilli มีความแม่นยำในการทำนายค่าความชื้นที่เปลี่ยนแปลงได้เหมาะสมที่สุดเนื่องจากมีค่า R^2 สูง แต่มีค่า χ^2 และ *RMSE* ต่ำกว่าแบบจำลองอื่นๆ

Table 1 Thin-Layer Drying Models Used for Fitting Experimental Data

Drying Model	Temperature	Empirical Constants of Drying Model				Analytical Parameters		
	(°C)	*k*	*n*	a	b	R^2	χ^2	*RMSE*
Lewis	40	0.535	-	-	-	0.9931	0.0011	0.0286
$MR = exp(-kt)$	60	0.676	-	-	-	0.9972	0.0005	0.0166
	80	0.749	-	-	-	0.9953	0.0005	0.0137
Page	40	0.562	0.939	-	-	0.9946	0.0013	0.0205
$MR = exp(-kt^n)$	60	0.623	0.999	-	-	0.9995	0.0113	0.0528
	80	0.732	1.047	-	-	0.9965	0.0005	0.0124
Logarithmic	40	0.541	0.939	-	-	0.9973	0.0007	0.0211
$MR = aexp(-kt)+c$	60	0.668	1.055	-	-	0.9953	0.0003	0.0136
	80	0.743	1.047	-	-	0.9956	0.0005	0.0137
Midilli	40	0.776	1.075	1.001	0.004	0.9986	0.0006	0.0206
$MR = aexp(-kt^n)+bt$	60	0.63	0.958	0.993	0.004	0.9990	0.0002	0.0113
	80	0.744	1.104	1.009	0.005	0.9996	0.0004	0.012
Henderson	40	0.53	-	0.992	-	0.9933	0.0011	0.0286
and Pabis	60	0.687	-	1.017	-	0.9976	0.0004	0.0153
$MR = aexp(-kt)$	80	0.757	-	1.011	-	0.9951	0.0006	0.0136

วิจารณ์ผล

การศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การอบแห้งของผลิตภัณฑ์กากมะพร้าวถูกแสดงในรูปแบบของความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงความชื้นของวัสดุเมื่อเทียบกับเวลาในการอบแห้งภายในการอบแห้งที่อุณหภูมิต่างๆ ซึ่งการเปลี่ยนแปลงต่างๆ ที่เกิดขึ้นระหว่างการอบแห้งนั้นเป็นกระบวนการที่ขึ้นอยู่กับเวลา (Time-Dependent Process) เพื่อใช้ในการจำลองการเปลี่ยนแปลงความชื้นและอุณหภูมิ ซึ่งจะช่วยให้ได้ข้อมูลจำนวนมากอย่างละเอียดทั้งข้อมูลซึ่งอาจจะวัดได้ยากหรือวัดไม่ได้เลย

ในห้องปฏิบัติการ สามารถประหยัดได้ทั้งเวลาและค่าใช้จ่ายในการทดลอง ซึ่งข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ในรูปแบบจำลองที่จะนำไปสู่การหาสภาวะที่เหมาะที่สุดในการอบแห้ง (Optimum Condition) ได้อย่างแม่นยำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Midilli เป็นแบบจำลองที่ความเหมาะสมในการทำนายความชื้นที่เปลี่ยนแปลงระหว่างกระบวนการอบแห้งเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการทดลองและจากการทำนายแบบจำลองโดยมีค่า R^2 ที่มากที่สุดแต่ χ^2 และ *RMSE* น้อยที่สุด สอดคล้องกับผลการวิจัยของฤทธิชัย และคณะ (2554); Laosanguanek *et al*. (2009); Pongtong *et al*. (2011)

คำขอบคุณ

บทความวิจัยนี้เป็นส่วนหนึ่งของโครงงานวิศวกรรมของนักศึกษาระดับปริญญาตรี ซึ่งได้รับเงินทุนสนับสุนนงานวิจัยจากงบประมาณการบริหารหลักสูตรของสาขาวิศวกรรมอาหาร และหน่วยวิจัยเทคโนโลยีการลดความชื้นและการอบแห้ง คณะวิศวกรรมและอุตสาหกรรมเกษตร มหาวิทยาลัยแม่โจ้

เอกสารอ้างอิง

ฤทธิชัย อัศวราชันย์, ภานาถ แสงเจริญรัตน์, สุเนตร สืบค้า, เทียรมณี มั่งมูล และดวงกมล จนใจ. 2554. จลนพลศาสตร์การอบแห้งด้วยลมร้อนของเปลือกทับทิม. วารสารสมาคมวิศวกรรมเกษตรแห่งประเทศไทย 17(1): 27-34.

สักกมน เทพหัสดิน ณ อยุธยา. 2555. การอบแห้งอาหารและวัสดุชีวภาพ: หลักการพื้นฐานของการอบแห้ง. บริษัทสำนักพิมพ์ท้อป จำกัด, กรุงเทพฯ. 344 หน้า.

อรวรรณ โศภณัฐยานนท์, จิราพร ศรีภิญโญวณิชย์, ฤทธิชัย อัศวราชันย์ และอรรถพล นุ่มหอม. 2554. อิทธิพลของอุณหภูมิและความหนาของชั้นวัสดุต่อคุณภาพกากมะพร้าวโดยวิธีการอบแห้งแบบถาด. ประชุมวิชาการสมาคมวิศวกรรมเกษตรแห่งประเทศไทยครั้งที่ 12 ประจำปี 2554. วันที่ 1 เมษายน 2554 ณ โรงแรมชมจันทร์ พัทยารีสอร์ท จังหวัดชลบุรี.

AOAC. 2005. Official Methods of Analysis. 18th Edn., Association of Official Analytical Chemists, Washington, DC., USA. 364 pp.

Laosanguanek, N., R. Assawarachan and A. Noomhorm. 2009. Thin Layer Infrared Radiation Drying of Turmeric Slices. *In*: International Agricultural Engineering Conference, 7-10 December, 2009, Manhattan Hotel at KlongLuang, Pathumthani, Thailand.

Midilli, A., H. Kucuk and Z. Yapar. 2002. A new model for single-layer drying. Drying Technology 20: 1503-1513.

Pongtong, K., R. Assawarachan and A. Noomhorm. 2011. Mathematical Models for Vacuum Drying Characteristics of Pomegranate Aril. Journal of Food Science and Engineering 1(1): 11-19.