# แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการทำนายบรรยากาศภายในผลกล้วย
# Modeling of Internal Atmosphere of Banana

**เสาวลักษณ์ รุ่งแจ้ง [1] อนันต์ ทองทา [2] สายลม สัมพันธ์เวชโสภา [3] และสุวิช ศิริวัฒนโยธิน [4]**
Saowaluk Rungchang[1] Anan Tongta[2] Sailom Sampanvejsobha[3] and Suwit Siriwattanayotin[4]

**Abstract**

The respiration rate of banana in a closed system was determined as a function of $O_2$ and $CO_2$ concentrations in banana flesh and temperature. The respiration was described using the Michaelis-Menten enzyme kinetic equation with $CO_2$ uncompetitive inhibition. A respiration model describing the dynamic changes of $O_2$ and $CO_2$ concentrations in banana flesh was proposed. Skin permeance of banana was determined experimentally at various temperatures. The respiration parameters ( $R_{\max,O_2}$, $R_{\max,CO_2}$, $K_{m,O_2}$, $K_{m,CO_2}$, $K_{i,O_2}$, and $K_{i,CO_2}$ ) were determined by comparing results of the respiration model with experimental results carried out in a closed system at various temperatures. The temperature dependence of the respiration parameters and skin permeance followed an Arrhenius relationship. An experiment for the determination of the respiration rate of banana in a modified atmosphere packaging (MAP) system was conducted at 288K. Dynamic changed of $O_2$ and $CO_2$ concentrations in banana flesh and in the package were monitored. The experimental results agreed with the predicted results obtained from the proposed mathematical model of MAP using the obtained respiration model. This result indicated that the model could be used in the design and optimization of a MAP system in the temperature range used in the experiments.

**Key words**: Banana, Enzyme Kinetic Model, Modified Atmosphere Packaging

**บทคัดย่อ**

งานวิจัยนี้ได้เสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการหายใจของกล้วยหอมทอง โดยใช้สมการเอนไซม์ Michaelis-Menten ชนิดที่มีคาร์บอนไดออกไซด์เป็นตัวยับยั้งแบบไม่มีการแข่งขัน เพื่อใช้ทำนายการเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นของก๊าซออกซิเจนและก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์ภายในผลกล้วยและบรรจุภัณฑ์ ในการทดลองได้วัดอัตราการหายใจในระบบปิดโดยที่การหายใจเป็นฟังก์ชันกับความเข้มข้นของก๊าซออกซิเจน ก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์ และอุณหภูมิ และได้ทำการทดลองหาค่าการซึมผ่านผิวกล้วยและค่าพารามิเตอร์ในการหายใจของกล้วย ( $R_{\max,O_2}$, $R_{\max,CO_2}$, $K_{m,O_2}$, $K_{m,CO_2}$, $K_{i,O_2}$, และ $K_{i,CO_2}$ ) ที่อุณหภูมิต่างๆ โดยค่าพารามิเตอร์ได้จากการเปรียบเทียบผลจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการหายใจกับผลการทดลองเก็บกล้วยในระบบปิด พบว่า ความสัมพันธ์ของค่าการซึมผ่านผิวกล้วยและค่าพารามิเตอร์ในการหายใจกับอุณหภูมิเป็นไปตามสมการอาร์รีเนียส ในการทดลองวัดอัตราการหายใจของกล้วยในการเก็บรักษาในสภาพดัดแปลงบรรยากาศเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 288 เคลวิน พบว่า การเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นของก๊าซออกซิเจนและก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์ในผลกล้วยและบรรจุภัณฑ์สอดคล้องกับผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ผลการทดลองบ่งชี้ว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้เสนอในงานวิจัยนี้สามารถใช้ช่วยในการออกแบบและหาสภาวะที่เหมาะสมในการเก็บรักษาแบบสภาพดัดแปลงบรรยากาศในช่วงอุณหภูมิที่ทำการทดลองได้

**คำสำคัญ**: กล้วย สมการเอนไซม์ การเก็บรักษาในสภาพดัดแปลงบรรยากาศ

[1] สถาบันค้นคว้าและพัฒนาผลิตภัณฑ์อาหาร มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ กรุงเทพมหานคร10900
[1] Institute of Food Research and Product Development, Kasetsart University, Bangkok, 10900
[2] สาขาเทคโนโลยีชีวภาพ คณะทรัพยากรชีวภาพและเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี บางมด ทุ่งครุ กรุงเทพ 10140
[2] Biotechnology Program, School of Bioresources and Technology, King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangmod, Tungkru, Bangkok, 10140
[3] สำนักวิชาอุตสาหกรรมเกษตร มหาวิทยาลัยแม่ฟ้าหลวง เชียงราย57100
[3] School of Agro-Industry, Mae Fah Luang University, Chiangrai, 57100
[4] ภาควิชาวิศวกรรมอาหาร คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี บางมด ทุ่งครุ กรุงเทพ 10140
[4] Food Engineering Department, Faculty of Engineering, King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangmod, Tungkru, Bangkok, 10140

## คำนำ

กล้วย จัดเป็นผลผลิตทางการเกษตรที่สำคัญอย่างหนึ่งในการส่งออกและทำรายได้ให้กับประเทศเป็นอย่างมาก แต่เนื่องจากกล้วยเป็นผลไม้เมืองร้อนที่มีอัตราการหายใจสูง มีผลให้อายุการเก็บรักษาสั้นจึงไม่สามารถขยายตลาดในการรองรับได้ ดังนั้นแนวทางหนึ่งในการยืดอายุการเก็บรักษาคือ การศึกษาอัตราการหายใจ พัฒนาและออกแบบบรรจุภัณฑ์และสภาวะในการเก็บรักษา

ปัจจุบันการออกแบบบรรจุภัณฑ์ที่มีการปรับสภาพบรรยากาศที่เหมาะสมต่อผลิตผลแต่ละชนิดนั้นต้องอาศัยการทดลองเพื่อหาสภาวะในการเก็บผลิตผล ทำให้ใช้เวลานานและเสียค่าใช้จ่ายสูง ดังนั้นเพื่อความสะดวกรวดเร็วและประหยัดค่าใช้จ่ายในการหาสภาวะดังกล่าว งานวิจัยนี้ จึงนำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อทำนายการเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นของ $O_2$ และ $CO_2$ ในเนื้อของผลไม้ และในบรรจุภัณฑ์ที่อุณหภูมิ 10 ถึง 30 องศาเซลเซียส ถึงแม้ว่าแบบจำลองได้ออกแบบมาสำหรับกล้วยหอมเท่านั้น แต่สามารถนำไปดัดแปลงเพื่อทำนายความเข้มข้นของ $O_2$ และ $CO_2$ สำหรับพืชผักอื่นๆ โดยให้อยู่ในสมมติฐานที่ตั้งขึ้น และมีข้อมูลพื้นฐานจากผลิตภัณฑ์นั้นๆ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์แสดงดังนี้

$$R_{O_2} = -\frac{R_{\max,O_2}\left[O_2\right]_f}{K_{m,O_2} + \left(1+\frac{\left[CO_2\right]_f}{K_{i,O_2}}\right)\left[O_2\right]_f} \quad (1)$$

$$R_{CO_2} = \frac{R_{\max,CO_2}\left[O_2\right]_f}{K_{m,CO_2} + \left(1+\frac{\left[CO_2\right]_f}{K_{i,CO_2}}\right)\left[O_2\right]_f} \quad (2)$$

$$\frac{d\left[O_2\right]_f}{dt} = \frac{k_{O_2}A_f\left(\left[O_2\right]_P - \left[O_2\right]_f\right)}{V_f} + \frac{R_{O_2}W}{V_f} \quad (3)$$

$$\frac{d\left[CO_2\right]_f}{dt} = \frac{k_{CO_2}A_f\left(\left[CO_2\right]_P - \left[CO_2\right]_f\right)}{V_f} + \frac{R_{CO_2}W}{V_f} \quad (4)$$

$$\frac{d\left[O_2\right]_P}{dt} = \frac{P_{O_2}A_p\left(\left[O_2\right]_O - \left[O_2\right]_P\right)\times 101.325}{xV_P} - \frac{k_{O_2}A_f\left(\left[O_2\right]_P - \left[O_2\right]_f\right)}{V_P} \quad (5)$$

$$\frac{d\left[CO_2\right]_P}{dt} = \frac{P_{CO_2}A_P\left(\left[CO_2\right]_O - \left[CO_2\right]_P\right)\times 101.325}{xV_P} - \frac{k_{CO_2}A_f\left(\left[CO_2\right]_P - \left[CO_2\right]_f\right)}{V_P} \quad (6)$$

*Nomenclature*

| | | |
|---|---|---|
| A | ≡ | Area ($m^2$) |
| $[CO_2]$ | ≡ | Carbon dioxide concentration ($kg/m^3$) |
| $D_e$ | ≡ | Diffusion coefficient ($m^2$/hr) |
| [Ethane] | ≡ | Ethane concentration ($kg/m^3$) |
| k | ≡ | Skin permeance (m/hr) |
| k* | ≡ | Skin permeance preexponential factor (m/hr) |
| k' | ≡ | The proportion of the activity energy of skin permeance and gas constant (K) |
| $K_i$ | ≡ | Inhibition constant ($kg/m^3$) |
| $K^*_i$ | ≡ | Inhibition constant preexponential factor ($kg/m^3$) |
| $K'_i$ | ≡ | The proportion of the activity energy of inhibition constant and gas constant (K) |
| $K_m$ | ≡ | Michaelis-Menten constant ($kg/m^3$) |
| $K^*_m$ | ≡ | Michaelis-Menten constant preexponential factor ($kg/m^3$) |
| $K'_m$ | ≡ | The proportion of the activity energy of Michaelis- Menten constant and gas constant (K) |
| $[O_2]$ | ≡ | Oxygen concentration ($kg/m^3$) |
| P | ≡ | Film permeability ($m^3$*μm/$m^2$*hr*kPa) |
| R | ≡ | Respiration rate ($kg/m^3$*hr) |
| $R_{max}$ | ≡ | The maximum rate of respiration rate (kg/kg*hr) |
| $R^*_{max}$ | ≡ | The respiration preexponential factor (kg/kg*hr) |
| $R'_{max}$ | ≡ | The proportion of the activity energy of respiration and gas constant (K) |
| t | ≡ | Time (hr) |
| T | ≡ | Absolute temperature (K) |
| V | ≡ | Volume ($m^3$) |
| W | ≡ | Weight of banana (kg) |
| x | ≡ | Thickness (μm) |

Subscript

| | | |
|---|---|---|
| f | ≡ | fruit |
| i | ≡ | initial |
| o | ≡ | outside package |
| p | ≡ | package |

## อุปกรณ์และวิธีการ

ผลไม้ตัวอย่าง กล้วยหอมทอง (Musa (AAA group)) ค่าangularity ประมาณ 75% PCI 1 น้ำหนัก 150 กรัม

1. การหาค่าการซึมผ่านผิวของผลไม้ (Skin permeance, k)

การทดลองนี้ใช้วิธี ethane efflux [1] ที่อุณหภูมิ 283 288 298 และ 303K

2. การหา parameter ของการหายใจ

การทดลองนี้ทำในภาชนะระบบปิดที่อุณหภูมิ 283 288 298 และ 303K เก็บตัวอย่างบรรยากาศภายในภาชนะ ที่เวลาต่างๆ จนถึงสภาวะสมดุล และนำก๊าซตัวอย่างไปวิเคราะห์หาปริมาณ $O_2$ และ $CO_2$

parameter ของการหายใจหาค่าได้จากการวิเคราะห์ผลการทดลองด้วยสมการ 1 ถึง6 โดยใช้วิธี orthogonal distance regression ร่วมกับ DODRC component ของ ODRPACK soft package [2]

3. Modified atmosphere packaging

นำกล้วยหอมบรรจุในถุง polyethylene ขนาด 12.5x18 เซนติเมตร หนา 24 ไมโครเมตร) ค่าการซึมผ่านฟิล์ม PE ของ $O_2$ และ$CO_2$ คือ $p_{O_2} = 0.0157e^{(-1945.8/T)}$ และ $p_{CO_2} = 0.0139e^{(-1633.49/T)}$ [3]) ปิดให้สนิทและนำไปไว้ที่อุณหภูมิ 288K เก็บก๊าซบรรยากาศภายในถุงและในเนื้อกล้วยวิเคราะห์หาปริมาณ $O_2$ และ $CO_2$ จนถึงสภาวะสมดุล เปรียบเทียบผลการทดลองที่ได้กับผลที่ได้จากสมการ 1 ถึง 6

## ผลการทดลอง

1. ค่าการซึมผ่านผิวของผลไม้ (Skin permeance, k)

การทดลองได้ศึกษาการซึมผ่านผิวของ ethane ผ่านผิวกล้วยหอม ณ อุณหภูมิต่างๆ (283, 288, 298 และ 303K) ค่าการซึมผ่านผิวของกล้วยเพิ่มขึ้นเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น และสามารถอธิบายความสัมพันธ์นี้ด้วย Arrhenius type equation ดังนี้

$$k = 4309.17e^{(-3059.6/T)} \quad (7)$$

ผลการทำนายค่าการซึมผ่านผิวที่ได้จากสมการที่ 7 มีความสอดคล้องกับผลการทดลอง โดยมีค่าcoefficient of determination ($R^2$) เท่ากับ 0.98

2. ค่า parameter ของการหายใจ

งานวิจัยนี้ได้เสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการหายใจของกล้วยหอมในระบบปิด เพื่ออธิบายถึงการเปลี่ยนแปลงทาง dynamics ของความเข้มข้น $O_2$ และ $CO_2$ การแก้สมการเพื่อหา parameter ต่างๆ ต้องใช้ Gear's Methods ซึ่งอยู่ใน LSODE component ของ ODEPACK software package ส่วน วิธีทาง orthogonal distance regression routine DODRC จาก ODRPACK software package ได้นำมาใช้เพื่อ fit ผลของแบบจำลองกับผลการทดลอง (รูปที่1 และ 2) โดยค่า parameter สำหรับอุณหภูมิต่างๆ มีค่าสูงขึ้นเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น ดังนั้นจึงสามารถใช้ Arrhenius type equation เพื่ออธิบายความสัมพันธ์ระหว่าง parameter ของการหายใจและอุณหภูมิ ดังต่อไปนี้

$$R_{max,O2} = 17.053e^{(-3673.2/T)} \quad (8)$$

$$R_{\max,CO_2} = 0.115e^{(-1987.9/T)} \quad (9)$$

$$K_{m,O_2} = 1.745*10^{7}e^{(-5524.9/T)} \quad (10)$$

$$K_{m,CO_2} = 2.042*10^{7}e^{(-6260.2/T)} \quad (11)$$

$$K_{i,O_2} = 6.170*10^{4}e^{(-4226.7/T)} \quad (12)$$

$$K_{i,CO_2} = 1.066*10^{6}e^{(-5293.8/T)} \quad (13)$$

โดยมี $R^2$ เท่ากับ 0.974, 0.994, 0.971, 0.981, 0.999 และ 0.948 ตามลำดับ

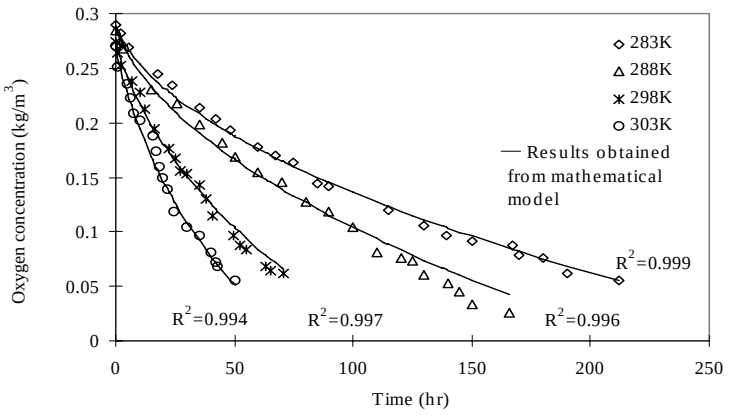


**Figure 1** Experimental and predicted $O_2$ concentration at various temperature

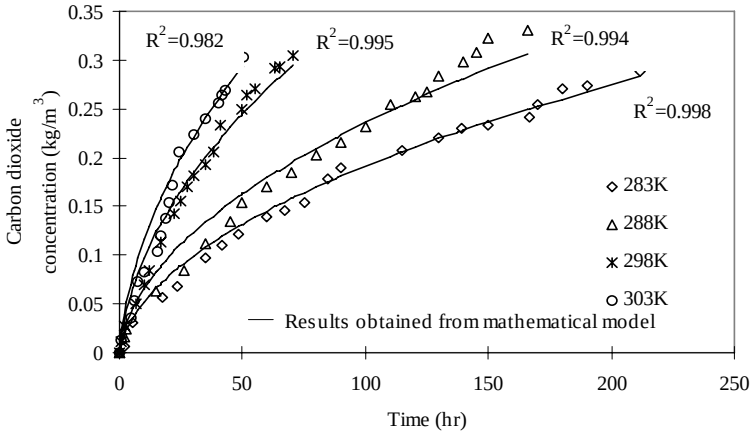


**Figure 2** Experimental and predicted $CO_2$ concentration at various temperature

3. Modified Atmosphere Packaging

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ MAP เพื่อทำนายองค์ประกอบภายใน ได้แก่ สมการที่ 1 ถึง 6 แบบจำลองนี้ได้ใช้วิธีการแก้แบบ numerical ร่วมกับโปรแกรมที่เขียนด้วยภาษา FORTRAN ผลการทดลองและผลการทำนายด้วยแบบจำลองของความเข้มข้น $O_2$ และ $CO_2$ ในบรรยากาศภายในเนื้อกล้วยและบรรจุภัณฑ์ของระบบ MAP ที่อุณหภูมิ 288 K เมื่อเทียบกับเวลา ผลการทำนายมีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลอง ($R^2 > 0.968$)

## สรุปและข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้ได้ทดลองหาค่าการซึมผ่านผิวของกล้วยหอม ณ อุณหภูมิต่างๆ โดยใช้ก๊าซ ethane เป็นตัวแทนแสดงการซึมผ่านผิวของ $O_2$ และ $CO_2$ ความสัมพันธ์ระหว่างการซึมผ่านผิว และอุณหภูมิ สามารถอธิบายได้โดยใช้ Arrhenius type equation และงานวิจัยนี้ได้ทดลองหาค่า parameter ของการหายใจในหลายอุณหภูมิ ซึ่งความสัมพันธ์ที่ได้สามารถอธิบายได้โดยใช้ Arrhenius type equation ค่าการซึมผ่านและ parameter ในการหายใจของกล้วยหอมจะนำไปใช้ในแบบจำลองของบรรจุภัณฑ์ในระบบปิดและระบบ MAP เพื่อทำนายองค์ประกอบบรรยากาศภายในผลไม้และในบรรจุภัณฑ์

แบบจำลองสำหรับทำนายความเข้มข้นของ $O_2$ และ $CO_2$ ภายในผลกล้วยหอมและในบรรจุภัณฑ์ ได้ออกแบบโดยมีพื้นฐานจาก Michaelis-Menten Equation แบบ uncompetitive inhibition ด้วย $CO_2$ และ film mass theory ผลการทำนายของแบบจำลองมีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลอง

การทดลองเพื่อหาความเข้มข้นของ $O_2$ และ $CO_2$ ในระบบ MAP ได้ศึกษาภายใต้อุณหภูมิ 288K ถุง polyethylene ได้นำมาใช้เพื่อเป็นบรรจุภัณฑ์ในการทดลอง ผลการทดลองกับผลของแบบจำลองเป็นไปในทางเดียวกัน ซึ่งแบบจำลองนอกจากจะทำนายความเข้มข้นของ $O_2$ และ $CO_2$ ภายในของ modified internal atmosphere ของผลไม้แล้ว ยังสามารถใช้สำหรับการออกแบบบรรจุภัณฑ์แบบปรับสภาพบรรยากาศที่เหมาะสมในการเก็บผลิตผลทางการเกษตรได้อีกด้วย

## คำขอบคุณ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนจากสำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ

## เอกสารอ้างอิง

Banks, N.H. 1985. Estimating Skin Resistance to Gas Diffusion in Apples and Potatoes. Journal of Experimental Botany. Vol. 36, No. 173. pp. 1842-1850.

Boggs, P.T., Byrd, R.H., Donalson, J.R., and Schnabel, R.B. 1992. User's Reference Guide for ODRPACK-Software for Weighted Orthogonal Distance Regression (ODRPACK version 2.01). National Institute of Standards and Technology. Gaithersburg. Maryland. U.S.A. 70 p.

Maneerat, C. 1997. Mathematical Modeling of Modified atmosphere Packaging of Banana. Master of Science Thesis. Postharvest Technology Program. King Mongkut's University of Technology Thonburi. 114 p.